

第二章 數的四則運算

2-1 整數的四則運算



整數的加法運算

1. 正數 + 正數：結果為正數。
2. 負數 + 負數：結果為負數。
例如： $-5 + (-7) = -(5 + 7) = -12$
3. 正數 + 負數（或負數 + 正數）：
 $\left\{ \begin{array}{l} \text{當 } |\text{正數}| > |\text{負數}|, \text{ 結果為正數。} \\ \text{當 } |\text{正數}| = |\text{負數}|, \text{ 結果為 } 0。 \\ \text{當 } |\text{正數}| < |\text{負數}|, \text{ 結果為負數。} \end{array} \right.$
4. 任何數 + 0：結果為原來的數
5. 幾個數連加時，可以從左到右依序相加，也可以不依照次序相加，結果都是一樣的。

▶ 範例 1

求下列各式的和：

- (1) $(-25) + (-42)$ (2) $5 + (-11)$
(3) $(-9) + 14$ (4) $(-27) + 38 + (-53) + (-38)$

解： (1) $(-25) + (-42) = -(25 + 42) = -67$
(2) $5 + (-11) = -(11 - 5) = -6$
(3) $(-9) + 14 = 14 - 9 = 5$
(4) $(-27) + 38 + (-53) + (-38)$
 $\quad = 11 + (-53) + (-38) = (-42) + (-38)$
 $\quad = -80$

● 學生練習 ●

- (1) $7 + (-18) = -(18 - \quad) = \quad$
(2) $(-11) + (-15) = -(11 \quad 15) = \quad$
(3) $7 + (-5) + (-2) + 3 = \quad + (-2) + 3 = 3$



整數的減法運算

1. 相反數：在數線上除原點外，與原點距離相等但方向相反的兩個點所表示的數，就是相反數。0 的相反數為 0。
2. 甲數減去乙數，就是甲數加上乙數的相反數。

▶ 範例 2

求下列各式之值：

(1) $18 - (-6)$ (2) $(-9) - 5$ (3) $(-8) - (-11)$

解：(1) $18 - (-6) = 18 + 6 = 24$

(2) $(-9) - 5 = (-9) + (-5) = -(9 + 5) = -14$

(3) $(-8) - (-11) = (-8) + 11 = 11 - 8 = 3$

● 學生練習 ●

(1) $(-5) - (-13) = (-5) + \square = \square$

(2) $8 - (-20) = 8 + \square = \square$

(3) $(-17) - 18 = (-17) + \square = -(17 + 18) = \square$

(4) $6 - 15 = 6 + \square = \square$ $(15 - 6) = \square$



整數的乘法運算

1. 異號的二數相乘，它們的積為負數。
例如： $(-3) \times 7 = -(3 \times 7) = -21$
 $8 \times (-5) = -(8 \times 5) = -40$
注意：負正得負，正負得負。
2. 同號的二數相乘，它們的積為正數。
例如： $(-9) \times (-4) = 9 \times 4 = 36$
注意：負負得正，正正得正。
3. 任意數與 0 的乘積都是 0。
4. 幾個有號數連乘時，只要先將其絕對值連乘，然後在積之前冠上性質符號。
(1) 奇數個負號連乘時，則冠以「-」號。
(2) 偶數個負號連乘時，則冠以「+」號。

▶ 範例 3

求下列各式的乘積：

(1) $(-4) \times (-11)$

(2) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times (-4)$

解： (1) $(-4) \times (-11) = + (4 \times 11) = 44$

(2) $(-1) \times (-2) \times (-3) \times (-4) = + (1 \times 2 \times 3 \times 4) = 24$

($\because$ 有 4 個負號)

● 學生練習 ●

(1) $(-7) \times (-8) = \square \times \square = \square$

(2) $6 \times (-5) \times (-2) = \square (6 \times 5 \times 2) = \square$

(3) $(-312) \times (-25) \times 0 \times 369 = \square$

**整數的除法運算**

1. 異號的二數相除，它們的商為**負數**。

例如： $(-8) \div 2 = -(8 \div 2) = -4$

$10 \div (-2) = -(10 \div 2) = -5$

2. 同號的二數相除，它們的商為**正數**。

例如： $(-15) \div (-3) = 15 \div 3 = 5$

▶ 範例 4

求下列各式的商：

(1) $54 \div (-3)$ (2) $(-121) \div (-11)$

解： (1) $54 \div (-3) = -(54 \div 3) = -18$

(2) $(-121) \div (-11) = + (121 \div 11) = 11$

● 學生練習 ●

(1) $120 \div (-15) = \square (120 \div 15) = \square$

(2) $(-91) \div (-13) = \square (91 \div 13) = \square$



去括號運算

1. 在一算式中，若混有加、減、乘、除等多種運算，要**先乘除後加減**，但遇到括號時，應**依括號的順序**計算。
2. 去括號時，先算小括號「 $()$ 」，再做中括號「 $[\]$ 」，最後為大括號「 $\{ \}$ 」。
3. 去括號的符號法則：
 $+ (a) = a$, $+ (-a) = -a$
 $- (a) = -a$, $- (-a) = a$

▶ 範例 5

求 $12 + (-3) \times [36 - (-5) \times (-6)] \div (-2)$ 的值。

解： 原式 $= 12 + (-3) \times [36 - 30] \div (-2)$
 $= 12 + (-3) \times 6 \div (-2)$
 $= 12 + (-18) \div (-2)$
 $= 12 + 9 = 21$

● 學生練習 ●

- (1) $10 - \{ 5 - [(-3) - (-5)] - (-15) \} =$
- (2) $\{ 1 - [2 - (3 - 4) + 5] - 6 \} - (-7) =$

2-2 分數的四則運算



分數的加、減法運算

1. 一個負分數，可以將**負號**放在**分子**，也可以放在**分母**。
 例如： $-\frac{2}{3} = \frac{-2}{3} = \frac{2}{-3}$
2. 分數相加或相減時，先將它們通分，也就是求出所有分母的最小公倍數作為新分母，再把每一分數**擴分**，然後再做分子相加或相減。例如：

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

3. 帶分數相加或相減時，可把帶分數的**整數**部分與**分數**部分分別相加或相減，再合併。或化成**假分數**再行相加或相減。

例如： $2\frac{1}{3} - 1\frac{3}{5} = \frac{7}{3} - \frac{8}{5} = \frac{35-24}{15} = \frac{11}{15}$

注意：分數的運算結果要化成最簡分數。

▶ 範例 1

求下列各式的值：

(1) $\frac{6}{11} + \left(-\frac{7}{11}\right) - \frac{5}{11}$ (2) $\frac{4}{5} - \left(-\frac{2}{3}\right)$ (3) $3\frac{1}{2} - 2\frac{2}{3}$

解： (1) $\frac{6}{11} + \left(-\frac{7}{11}\right) - \frac{5}{11} = \frac{6 + (-7) - 5}{11} = \frac{-6}{11}$

(2) $\frac{4}{5} - \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{12}{15} - \left(-\frac{10}{15}\right) = \frac{12 - (-10)}{15} = \frac{22}{15}$

(3) $3\frac{1}{2} - 2\frac{2}{3} = 3 + \frac{1}{2} - 2 - \frac{2}{3} = (3-2) + \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\right)$
 $= 1 + \frac{3-4}{6} = 1 + \frac{-1}{6} = \frac{6-1}{6} = \frac{5}{6}$

● 學生練習 ●

(1) $\frac{13}{4} - \frac{7}{4} + \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{\boxed{}}{4} = \boxed{}$

(2) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{5}{6} + \frac{1}{3} = \frac{\boxed{}}{6} - \frac{\boxed{}}{6} + \frac{\boxed{}}{6} + \frac{\boxed{}}{6} = 1$

(3) $1\frac{1}{4} - 2\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{4} - 2\frac{\boxed{}}{6} + \frac{1}{3}$
 $= (1-2) + \left(\frac{1}{4} - \frac{\boxed{}}{6} + \frac{1}{3}\right)$
 $= \boxed{} + \boxed{} = \boxed{}$



分數的乘、除法運算

1. 分數相乘時，只要把**分子相乘**做為**新分子**，**分母相乘**做為**新分母**，所得新分數就是它們的乘積。

$$\text{例如：} \frac{2}{3} \times \left(-\frac{9}{10}\right) = \frac{2 \times (-9)}{3 \times 10} = \frac{-18}{30} = \frac{-3}{5}$$

2. 分數相乘時，若分子和分母有**公因數**，可先**約去公因數**再相乘。

$$\text{例如：} \left(-\frac{3}{8}\right) \times \left(-\frac{4}{7}\right) = \frac{3}{14}$$

3. **倒數**：一個不為 0 的分數的分子和分母互調，所得新分數稱為原分數的**倒數**。

4. 分數相除時，即**被除數**乘以**除數的倒數**。

$$\text{例如：} \frac{5}{3} \div \left(-\frac{25}{4}\right) = \frac{5}{3} \times \frac{-4}{25} = -\frac{4}{15}$$

5. 帶分數相乘、除時，可先將帶分數化為假分數再做乘、除運算。

$$\text{例如：} 1\frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \div \left(-2\frac{1}{4}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \div \frac{-9}{4} = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{4}{-9} = -1$$

▶ 範例 2

試計算下列各式：

$$(1) \quad \frac{3}{8} \times \left(-\frac{4}{10}\right) \times \frac{14}{9}$$

$$(2) \quad 3\frac{1}{2} \times \left(-1\frac{1}{9}\right) \times (-2)$$

解： (1) $\frac{3}{8} \times \left(-\frac{4}{10}\right) \times \frac{14}{9}$

$$\begin{aligned} &= \frac{\overset{1}{3} \times \overset{1}{(-4)} \times \overset{7}{14}}{\underset{2}{8} \times \underset{5}{10} \times \underset{3}{9}} \\ &= \frac{-7}{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & 3\frac{1}{2} \times \left(-1\frac{1}{9}\right) \times (-2) \\
 &= \frac{7}{2} \times \frac{-10}{9} \times \frac{-2}{1} \\
 &= \frac{7 \times (-10) \times (-2)}{2 \times 9 \times 1} \\
 &= \frac{70}{9} \quad \left(\text{或 } 7\frac{7}{9}\right)
 \end{aligned}$$

● 學生練習 ●

$$\begin{aligned}
 & \left(-4\frac{2}{7}\right) \times \left(-\frac{5}{6}\right) \times \left(3\frac{7}{10}\right) \\
 &= \frac{\boxed{}}{7} \times \frac{\boxed{}}{6} \times \frac{\boxed{}}{10} \\
 &= \frac{\boxed{} \times \boxed{} \times \boxed{}}{7 \times 6 \times 10} \\
 &= \boxed{}
 \end{aligned}$$

▶ 範例 3

試計算下列各式：

$$(1) \quad \frac{11}{4} \div \left(-\frac{132}{9}\right) \quad (2) \quad 7\frac{1}{5} \div 4\frac{1}{2}$$

解： (1) $\frac{11}{4} \div \left(-\frac{132}{9}\right) = \frac{11}{4} \times \left(-\frac{9}{132}\right) = \frac{11 \times (-9)}{4 \times 132} = \frac{-9}{48} = -\frac{3}{16}$

(2) $7\frac{1}{5} \div 4\frac{1}{2} = \frac{36}{5} \div \frac{9}{2} = \frac{36}{5} \times \frac{2}{9} = \frac{4 \times 2}{5 \times 1} = \frac{8}{5} \quad (\text{或 } 1\frac{3}{5})$

● 學生練習 ●

$$\frac{3}{4} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{4} \times \boxed{} = \boxed{}$$

▶ 範例 4

試計算下列各式：

$$(1) \quad \frac{2}{3} \times \left(-2\frac{2}{5}\right) \div (-4) \div \frac{3}{10}$$

$$(2) \quad \frac{3}{4} \div \left(\frac{9}{14} \times 3\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$$

解： (1) $\frac{2}{3} \times \left(-2\frac{2}{5}\right) \div (-4) \div \frac{3}{10}$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{-12}{5} \times \frac{-1}{4} \times \frac{10}{3}$$

$$= \frac{\overset{1}{2} \times \overset{4}{(-12)} \times \overset{2}{(-1)} \times \overset{10}{10}}{\underset{1}{3} \times \underset{2}{5} \times \underset{1}{4} \times \underset{3}{3}}$$

$$= \frac{4}{3} \text{ (或 } 1\frac{1}{3} \text{)}$$

$$(2) \quad \frac{3}{4} \div \left(\frac{9}{14} \times 3\frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{3}{4} \div \left(\frac{9}{14} \times \frac{7}{2}\right) - \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right)$$

$$= \frac{3}{4} \div \frac{9}{4} - \frac{5}{6} = \frac{3}{4} \times \frac{4}{9} - \frac{5}{6}$$

$$= \frac{1}{3} - \frac{5}{6} = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2}$$

● 學生練習 ●

$$(1) \quad 2 \div \left(-\frac{3}{4}\right) \times 1\frac{3}{4} = -\boxed{}$$

$$(2) \quad \left(2 - \frac{1}{3}\right) \times \frac{4}{5} + \frac{5}{6} \div \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{3}\right) = \boxed{}$$



繁分數化簡運算

設 a 、 b 、 c 、 d 為不等於 0 之整數，則

$$\left(\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} \right) = \frac{a \times d}{b \times c} \quad (\text{內項乘積為分母，外項乘積為分子})$$

$$\text{或 } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

▶ 範例 5

試計算 $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{6}{7}}$ 的值。

解： $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{6}{7}} = \frac{\frac{2 \times 7}{3 \times 6}}{\frac{6}{7}} = \frac{7}{9}$

● 學生練習 ●

$$\frac{\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{1}{4}}{-1 + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{\quad}{12}}{\frac{\quad}{5}} = \frac{\quad \times 5}{12 \times \quad} = \quad$$



另類計算技巧

- 分配律： $(a + b) \times c = ac + bc$
 $(a - b) \times c = ac - bc$
 $a \times (b + c) = ab + ac$
 $a \times (b - c) = ab - ac$
- 比例： $a : b = c : d$ ，則 $ad = bc$ 。

▶ 範例 6

求 $9998 \times 139 - 9998 \times 39$ 的值。

$$\begin{aligned}\text{解： } 9998 \times 139 - 9998 \times 39 &= 9998 \times (139 - 39) \\ &= 9998 \times 100 \\ &= 999800\end{aligned}$$

● 學生練習 ●

求 $5 \times 299\frac{3}{7} + 5 \times 300\frac{4}{7}$ 的值。

▶ 範例 7

求 $\frac{1}{4} + 3 \times \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4}\right)$ 的值。

$$\text{解： } \frac{1}{4} + 3 \times \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{4}\right) = \frac{1}{4} + 1 - \frac{9}{4} = -1$$

● 學生練習 ●

求 $5 - \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{11}\right) \times 2$ 的值。

▶ 範例 8

已知 $a : b = 2 : 3$ ， $b : c = 5 : 6$ ，則 $a : b : c = ?$

$$\begin{aligned}\text{解： } a : b &= 2 : 3 = 10 : 15 \\ b : c &= 5 : 6 = 15 : 18 \\ \therefore a : b : c &= 10 : 15 : 18\end{aligned}$$

● 學生練習 ●

已知 $3a = 4b$ ，則 $a : b = ?$

自我評量

1. $|3 + |-9| - (-1) \times 2| = ?$
2. $|5-3| - |5-8| + |2-3| = ?$
3. $(5-12) - \{ (-3) - [20 - (-18)] \} = ?$
4. $100 - \{ (77-24) + (-30-81) - 25 \} = ?$
5. $(-16) \times 25 - (-32) - 8 \times (-71) = ?$
6. 求 $\frac{3}{58} \times \left(\frac{25}{57} - \frac{7}{38} \right)$ 的值。
7. 求 $14 \times \left(-\frac{8}{21} \right) + (-8) \div \left(-\frac{16}{9} \right)$ 的值。
8. 求 $26\frac{5}{6} - \left(61\frac{3}{4} - 74\frac{1}{4} \right)$ 的值。
9. 求 $\left(-\frac{2}{3} \right) + \left(-\frac{5}{6} \right) \times \left(-\frac{6}{7} \right)$ 的值。
10. 求 $\frac{5}{3} \times \left(-\frac{9}{10} \right) - [(-2) - 5 \div \frac{20}{7}]$ 的值。